

Examen : Séries Temporelles Multivariées - Session 2

Gilbert Colletaz

14 mai 2020

Durée : 2 heures

Vos réponses doivent être expliquées clairement et brièvement : pas d'explication = pas de point.

1 Exercice 1 (3 points : [1.5, 1.5])

Soit un processus bivarié $z_t = (x_t, y_t)'$ à observations trimestrielles d'écriture :

$$x_t = ax_{t-1} + by_{t-1} + u_{1t} \quad (1.1)$$

$$y_t = cx_{t-1} + dy_{t-1} + u_{2t} \quad (1.2)$$

où $u = (u_{1t}, u_{2t})'$ est un processus en bruit blanc de matrice de variance-covariance

$$\Sigma_u = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Soit enfin le modèle dit *ARDL* (pour "AutoRegressive Distributed Lags") suivant :

$$y_t = \beta_1 x_t + \beta_2 x_{t-1} + \beta_3 y_{t-1} + v_t \quad (1.4)$$

Des auteurs ont proposé de tester la causalité de x vers y au sens de Granger dans ce modèle *ARDL* via le test de l'hypothèse $H_0 : \beta_2 = 0$ versus $H_1 : \beta_2 \neq 0$.

On vous demande votre avis sur cette proposition de test. Pour cela vous l'étudierez dans les deux cas possibles à savoir lorsque x est un prédicteur avancé de y , puis lorsqu'il ne l'est pas.

2 Exercice 2 (4 points : [2+2])

On a observé les cours de bourse P_a et P_b de deux actions A et B sur 84 jours. Un certain nombre d'ajustements de type OLS ont été réalisés sur les logarithmes de ces prix, notés respectivement p_a et p_b . On a ainsi admis que ces variables étaient $I(1)$. Une partie des autres résultats obtenus vous sont précisés ci-après :

$$p_{a,t} = \underset{(0.011)}{1.179} p_{b,t} - \underset{(0.040)}{1.223} + \hat{r}_t \quad (2.1)$$

$$\Delta p_{a,t} = \underset{(0.419)}{0.682} \Delta p_{b,t-1} - \underset{(0.338)}{0.702} \Delta p_{a,t-1} + \underset{(0.229)}{0.256} \hat{r}_{t-1} + \hat{u}_{A,t} \quad (2.2)$$

$$\Delta p_{b,t} = \underset{(0.327)}{0.648} \Delta p_{b,t-1} - \underset{(0.264)}{0.609} \Delta p_{a,t-1} + \underset{(0.179)}{0.370} \hat{r}_{t-1} + \hat{u}_{b,t} \quad (2.3)$$

Au jour t_0 on remarque que les derniers \hat{r}_t observés sont tous négatifs avec une moyenne égale à -0.065. Sachant que chacune de vos réponses doit être clairement justifiée en seulement quelques lignes, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

1. Les variables sont-elles cointégrées ?
2. A la date t_0 , quel conseil pourriez-vous donner à un investisseur financier en matière d'acquisition ou de vente des actions A et B ? Vérifiez que le système estimé est cohérent avec votre recommandation.

3 Exercice 3 (7 points [1+2+2+2])

On considère le vecteur $y = (y_{1t}, y_{2t})$ dont on connaît deux caractéristiques :

1. il possède une écriture autorégressive d'ordre 1 : $y_t = \Phi_1 y_{t-1} + u_t$, et
2. les variables y_1 et y_2 sont intégrées d'ordre 1 et cointégrées : $\exists(\beta_1, \beta_2)$ tel que $z_t = \beta_1 y_{1t} + \beta_2 y_{2t} \sim I(0)$. On vous demande alors :
 - (a) d'écrire le modèle à correction d'erreur de ce système,
 - (b) quel est le processus suivi par l'erreur d'équilibre de long terme ?
 - (c) Quelles conditions la cointégration impose-t-elle sur les coefficients du vecteur cointégrant β et sur les coefficients de loading α
 - (d) Vous savez qu'un système cointégré peut s'écrire entre autres formes comme un modèle autorégressif. Vous savez aussi que dans un tel système il existe de la causalité au sens de Granger. Pouvez-vous en quelques lignes et une ou deux équations préciser les avantages d'étudier cette causalité au moyen d'une écriture particulière plutôt que d'une autre et laquelle ?

4 Exercice 4 (6 points [2+2+2])

On a observé les prix corrigés des variations saisonnières des logements anciens à Paris (département 75) et en Seine et Marne (département 77) depuis le premier trimestre 2000 jusqu'au quatrième trimestre 2019, soit 80 observations. Ces variables sont notées respectivement P_{75} et P_{77} . Il s'agit d'étudier les interactions entre ces deux séries de prix. Dans ce qui suit, les ordres de retards des divers modèles ont été sélectionnés au moyen du critère AICC.

Les premiers résultats obtenus sont présentés dans la table 1.

La suite des résultats, obtenus avec la commande :

```
model p75 p77 / minic=(p=6 q=0) cointtest=(johansen);
est donnée dans la table 2.
```

La Table 3 est constituée d'estimations générées par la commande :

```
cointeg rank=1 normalize=p75;
```

Quant à la Table 4, elle reprend des résultats fournis par la commande :

```
model p75 p77 / dify(1) minic=(p=6 q=0);
```

Les tables 5 et 6 concernent la variable P_{75} . Elles sont respectivement créées par les commandes : `identify var=p75(1) minic; estimate p=1;` pour la première et `identify var=p75(1); estimate p=4;` pour la seconde.

Enfin, la table 7 est relative à la variable P_{77} . Elle est créée par les commandes :

```
identify var=p77(1) minic; estimate p=4;
```

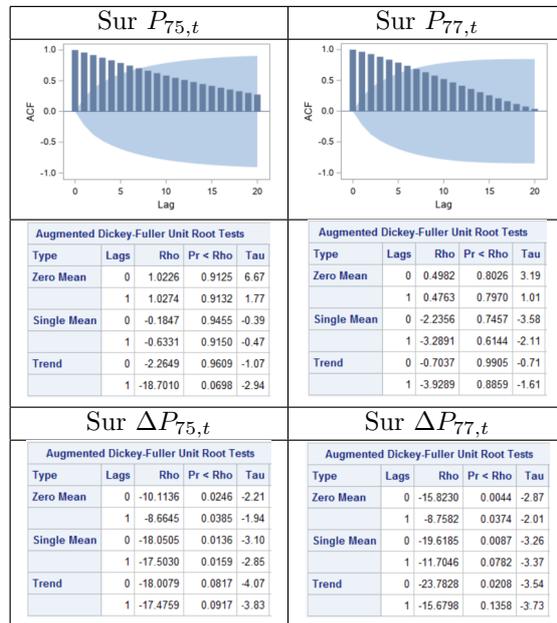


TABLE 1 – corrélations et tests de Dickey Fuller sur les prix des logements

Au moyen de toutes ces informations, on vous demande d'étudier la relation qui existe entre les deux séries de prix. Pour cela, vous :

1. décrivez les propriétés de ces séries,
2. choisissez la modélisation adaptée,
3. tirez les enseignements donnés par les mesures de causalité de Geweke.

Minimum Information Criterion Based on AICC	
Lag	MA 0
AR 0	11.296648
AR 1	1.0988288
AR 2	-0.08557
AR 3	-0.112281
AR 4	-0.154072
AR 5	-0.10294
AR 6	-0.01588

Cointegration Rank Test Using Trace						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.1177	9.9973	0.2809	Constant	Linear
1	1	0.0063	0.4841	0.4863		

Cointegration Rank Test Using Trace Under Restriction						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.1396	17.5131	0.1142	Constant	Constant
1	1	0.0769	6.0831	0.1841		

Hypothesis of the Restriction		
Hypothesis	Drift in ECM	Drift in Process
H0(Case 2)	Constant	Constant
H1(Case 3)	Constant	Linear

Hypothesis Test of the Restriction					
Rank	Eigenvalue	Restricted Eigenvalue	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
0	0.1177	0.1396	2	7.52	0.0233
1	0.0063	0.0769	1	5.60	0.0180

TABLE 2 – Résultats générés par l'option minic=(p=6 q=0) cointtest=(johansen)

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variable
D_p75	CONST1	0.11778	0.50444	0.23	0.8161	1
	AR1_1_1	-0.00106	0.00251	-0.42	0.6732	p75(t-1)
	AR1_1_2	0.00324	0.00765	0.42	0.6732	p77(t-1)
	AR2_1_1	0.64912	0.11619	5.59	<.0001	D_p75(t-1)
	AR2_1_2	0.36971	0.10081	3.67	0.0005	D_p77(t-1)
	AR3_1_1	0.23748	0.13651	1.74	0.0865	D_p75(t-2)
	AR3_1_2	-0.13037	0.11517	-1.13	0.2617	D_p77(t-2)
	AR4_1_1	-0.22436	0.10581	-2.12	0.0377	D_p75(t-3)
	AR4_1_2	-0.10952	0.10831	-1.01	0.3156	D_p77(t-3)
	D_p77	CONST2	1.85183	0.56115	3.30	0.0016
AR1_2_1		0.00808	0.00279	2.90	0.0051	p75(t-1)
AR1_2_2		-0.02466	0.00851	-2.90	0.0051	p77(t-1)
AR2_2_1		0.23379	0.12925	1.81	0.0750	D_p75(t-1)
AR2_2_2		0.39154	0.11215	3.49	0.0009	D_p77(t-1)
AR3_2_1		-0.18195	0.15186	-1.20	0.2351	D_p75(t-2)
AR3_2_2		0.13341	0.12812	1.04	0.3015	D_p77(t-2)
AR4_2_1		-0.17000	0.11770	-1.44	0.1533	D_p75(t-3)
AR4_2_2		0.32128	0.12049	2.67	0.0096	D_p77(t-3)

Covariances of Innovations		
Variable	p75	p77
p75	0.66668	0.21432
p77	0.21432	0.82501

TABLE 3 – Résultats générés par l'option cointeg rank=1 normalize=p75;

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variable
p75	CONST1	0.31105	0.14184	2.19	0.0318	1
	AR1_1_1	0.61356	0.12666	4.84	0.0001	p75(t-1)
	AR1_1_2	0.42004	0.10960	3.83	0.0003	p77(t-1)
	AR2_1_1	0.19107	0.14866	1.29	0.2032	p75(t-2)
	AR2_1_2	-0.10011	0.12252	-0.82	0.4168	p77(t-2)
	AR3_1_1	-0.11592	0.15001	-0.77	0.4424	p75(t-3)
	AR3_1_2	-0.02412	0.12516	-0.19	0.8477	p77(t-3)
	AR4_1_1	0.00835	0.11523	0.07	0.9425	p75(t-4)
p77	CONST2	0.20590	0.15738	1.31	0.1953	1
	AR1_2_1	0.15701	0.14054	1.12	0.2680	p75(t-1)
	AR1_2_2	0.55975	0.12162	4.60	0.0001	p77(t-1)
	AR2_2_1	-0.26478	0.16495	-1.61	0.1132	p75(t-2)
	AR2_2_2	0.22348	0.13594	1.64	0.1050	p77(t-2)
	AR3_2_1	-0.07234	0.16645	-0.43	0.6653	p75(t-3)
	AR3_2_2	0.39842	0.13887	2.87	0.0055	p77(t-3)
	AR4_2_1	0.09703	0.12786	0.76	0.4506	p75(t-4)
AR4_2_2	-0.32827	0.13487	-2.43	0.0177	p77(t-4)	

Covariances of Innovations		
Variable	p75	p77
p75	0.73400	0.16905
p77	0.16905	0.90369

TABLE 4 – Résultats générés par l'option model p75 p77 / dify(1) minic=(p=6 q=0);

Minimum Table Value: BIC(1,0) = -0.15707					
Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MU	1.22838	0.40580	3.03	0.0034	0
AR1,1	0.76838	0.07422	10.35	<.0001	1
Constant Estimate		0.28452			
Variance Estimate		0.851808			
Std Error Estimate		0.922934			
AIC		213.4954			
SBC		218.2343			
Number of Residuals		79			

TABLE 5 – Résultats générés par identify var=p75(1) minic; estimate p=1;

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MU	1.21014	0.31033	3.90	0.0002	0
AR1,1	0.74560	0.11813	6.31	<.0001	1
AR1,2	0.24442	0.14551	1.68	0.0972	2
AR1,3	-0.25612	0.14600	-1.75	0.0835	3
AR1,4	-0.04619	0.11880	-0.39	0.6985	4
Constant Estimate		0.377918			
Variance Estimate		0.812296			
Std Error Estimate		0.901275			
AIC		212.6037			
SBC		224.451			
Number of Residuals		79			

TABLE 6 – Résultats générés par identify var=p75(1); estimate p=4;

Minimum Table Value: BIC(4,0) = -0.02813					
Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MU	0.56348	0.45552	1.24	0.2200	0
AR1,1	0.57851	0.11357	5.09	<.0001	1
AR1,2	0.20912	0.12948	1.62	0.1105	2
AR1,3	0.33208	0.13112	2.53	0.0134	3
AR1,4	-0.33129	0.11526	-2.87	0.0053	4
Constant Estimate		0.119216			
Variance Estimate		0.942976			
Std Error Estimate		0.971069			
AIC		224.3886			
SBC		236.2358			
Number of Residuals		79			

TABLE 7 – Résultats générés par identify var=p77(1) minic; estimate p=4;