

Examen : Séries Temporelles Multivariées

Gilbert Colletaz

mai 2017 - Durée 3 heures

- **Ne sont autorisées que les tables statistiques et une calculatrice simple.**

Attention :

- Tout résultat doit être démontré. Un résultat, même bon, non démontré ne rapporte aucun point.
- Merci de ne pas confondre copie et feuille de brouillon.

Exercices

1. (4 points [2+2]) On considère une écriture autorégressive d'ordre 1 sur le vecteur $y_t = (y_{1t}, y_{2t})^\top$ composé de deux séries $I(1)$:

$$y_t = \Phi y_{t-1} + u_t \quad (1)$$

où u_t est un bruit blanc avec $E[u_t u_t^\top] = \Sigma_u$ et Φ une matrice de réels, $\Phi = \{\phi_{i,j}\}$, $i, j = 1, 2$.

On pense qu'il pourrait exister une relation de cointégration entre les deux variables.

- A partir de l'écriture du modèle à correction d'erreur correspondant à cette hypothèse, déduisez la nature du processus auquel obéit l'erreur d'équilibre de long terme ?
 - On soupçonne plus précisément que l'écart entre les deux variables, $z_t = y_{1t} - y_{2t}$ pourrait être $I(0)$. Après avoir écrit les équations du VECM adaptées à ce cas, énoncez les conditions que doivent alors vérifier les coefficients d'ajustement α pour que cette hypothèse soit vérifiée.
2. (12 points [2+2+2+3+3]) On considère un modèle simple décrivant l'évolution du taux d'inflation, π_t , et du taux de chômage, u_t selon

$$y_t = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1 + \rho) & 0 \\ \kappa & \delta \end{pmatrix} y_{t-1} + v_t \quad (2)$$

où $y_t = (\pi_t, u_t)^\top$ et $c_1, c_2, \rho, \kappa, \delta$ sont des constantes. Les aléatoires v_1 et v_2 sont supposées être des gaussiennes de matrice de variance-covariance

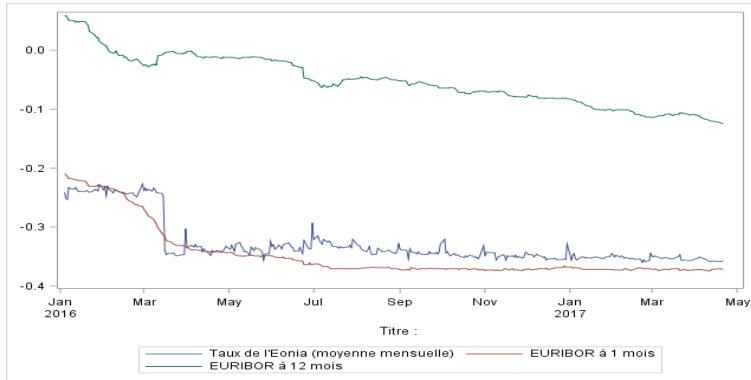
$$\Sigma_v = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

- (a) Quelles restrictions doit-on imposer sur ρ, κ et δ pour que ce système soit stable ?
 - (b) On suppose maintenant que le système est stable. On admet de plus que $c_1 = -\rho$ que $c_2 = 1 - \delta - \kappa$. Quelle est alors l'espérance de y ?
 - (c) L'inflation cause-t-elle le chômage selon Granger ? Le chômage cause-t-il l'inflation selon Granger ?
 - (d) Donnez les fonctions de réponse orthogonalisées pour le chômage et l'inflation aux horizons $h = 0, 1, 2$.
 - (e) On suppose maintenant que $(c_1, c_2) = (0, 0)$ et qu'à la date T , la valeur observée de y est $(0, \gamma)$.
 - i. Donnez des prévisions en T pour y à l'horizon $h = 2$
 - ii. Quelle est la variance des erreurs de prévisions sur le chômage à cet horizon $h = 2$? Indiquez les bornes d'un intervalle de confiance pour cette prévision du chômage toujours à l'horizon $h = 2$.
3. (4.5 points [2+1+1+0.5]) On a représenté dans la figure 1 les taux d'intérêt EONIA (taux au jour le jour), EURIBOR à 1 mois et EURIBOR à 1 an observés journalièrement du 4 janvier 2016 au 21 avril 2017. Sur ces séries contenues dans une table de nom "taux" nous avons exécuté les commandes suivantes :

```
proc varmax data=taux;
model eonia EURIBOR_1_mois EURIBOR_12_mois / p=3
cointtest=(johansen);
run;
```

Les résultats des tables qui suivent ont été obtenus.

- (a) Commentez rapidement les conclusions auxquelles elles permettent de parvenir. Éventuellement, et selon les notations de Johansen, quelles dimensions retiendriez-vous pour les matrices α et β .
- (b) La conclusion à laquelle conduit la dernière de ces tables vous semble-t-elle raisonnable ? déraisonnable ? et pourquoi ?
- (c) Avec les notations usuelles, en notant $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, ou $\alpha_{1,1}, \alpha_{2,1}, \dots, \alpha_{i,j} \dots$ selon que l'on a affaire à un vecteur où une matrice, idem pour β , et si besoin des $\Phi_{i,j}^*$, écrivez l'équation afférente à l'euribor à 1 mois dans le modèle que vous retiendriez.
- (d) Vous suivez naturellement l'actualité économique et n'êtes pas surpris par ces données bien réelles. Mais, selon-vous, un épargnant moins au fait de cette actualité pourrait-il être surpris, et par quoi ?



Variable	Type	N	Mean	Standard Deviation	Min	Max	Label
eonia	Dependent	335	-0.32780	0.03909	-0.36000	-0.22700	Taux de l'Eonia (moyenne mensuelle)
EURIBOR__1_mois	Dependent	335	-0.34608	0.04562	-0.37500	-0.21000	EURIBOR à 1 mois
EURIBOR__12_mois	Dependent	335	-0.05145	0.04296	-0.12400	0.05900	EURIBOR à 12 mois

Cointegration Rank Test Using Trace						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.1562	89.0722	< .0001	Constant	Linear
1	1	0.0933	32.6704	0.0002		
2	2	0.0004	0.1367	0.7113		

Cointegration Rank Test Using Trace Under Restriction						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.2026	110.4335	< .0001	Constant	Constant
1	1	0.0959	35.2791	0.0002		
2	2	0.0054	1.8064	0.8156		

Hypothesis of the Restriction		
Hypothesis	Drift in ECM	Drift in Process
H0(Case 2)	Constant	Constant
H1(Case 3)	Constant	Linear

Hypothesis Test of the Restriction					
Rank	Eigenvalue	Restricted Eigenvalue	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
0	0.1562	0.2026	3	21.36	<.0001
1	0.0933	0.0959	2	2.61	0.2714
2	0.0004	0.0054	1	1.67	0.1963