

Séries Temporelles Univariées  
Master 1 ESA - Semestre 1, session 1, 2019-2020

.....

Aucun document autorisé à l'exception des tables statistiques et  
d'une calculatrice simple

Gilbert Colletaz

8 janvier 2019 - durée : 3 heures

### 1 Vrai ou Faux (2 points)

Vous répondez sans justification, sachant que : bonne réponse  $\rightarrow$  1 point, pas de réponse  $\rightarrow$  0 point, mauvaise réponse  $\rightarrow$  -1 point.

1. Si  $x_t$  est un processus non stationnaire, alors  $\Delta x_t$  est stationnaire.
2. Si  $x_t$  est stationnaire alors  $\Delta x_t$  possède une composante MA non inversible.

### 2 Exercices - Tout résultat doit être justifié : pas de justification = pas de point même si le résultat énoncé est exact.

1. (7 points [1+2+2+2]) On considère le processus estimé  $(1 - \underset{(0.09)}{1.05L} + \underset{(0.10)}{0.26L^2})y_t = u_t$ , où  $L$  est l'opérateur de décalage habituel et  $u_t$  un processus bruit blanc gaussien de variance estimée  $s_u^2 = 3$ .  
Pour faire ces estimations, on disposait de 100 observations mensuelles sur la série  $y$ , la dernière étant celle de décembre 2018. Dans la table 1 on vous donne les 8 dernières réalisations de la variable étudiée.
  - (a) Quelles prévisions seraient obtenues avec la commande `forecast` utilisée avec les options `back=4, lead=4` ?
  - (b) Avec un seuil de risque  $\alpha = 5\%$ , quels intervalles de confiance donne la même commande pour les prévisions précédentes ?
  - (c) Pour un horizon de prévision très grand, quelle sera la prévision optimale au sens du critère MSE et son encadrement à 95% de confiance ?

date	obs.	date	obs.
mai 2018	9.20	septembre 2018	11.1
juin 2018	12.0	octobre 2018	10.8
juillet 2018	8.5	novembre 2018	9.9
août 2018	9.0	décembre 2018	9.0

TABLE 1 – Exercice 1 : les 8 dernières réalisations du processus  $y$

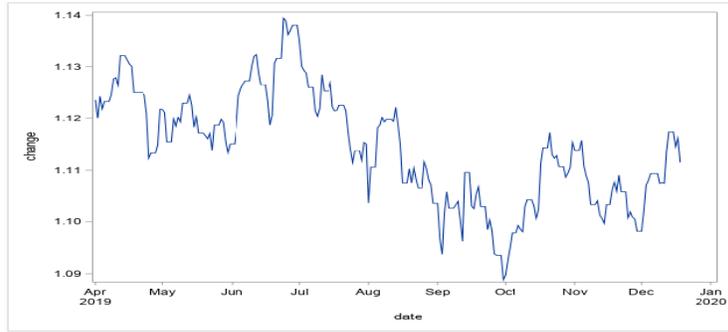


FIGURE 1 – taux de change euro/dollar, 1 avril 2019 - 18 décembre 2019

expliquée	$change_{t-1}$	constante	time	Qstat
$\Delta change_t$	-0.000044712 (0.000163724)			5.112
$\Delta change_t$	-0.038779684 (0.016819288)	0.043168636 (0.018743575)		3.813
$\Delta change_t$	-0.0672 (0.0228)	0.0761 (0.0259)	$-5.9414 \times 10^{-6}$ ( $3.2475 \times 10^{-6}$ )	3.578
expliquée	$\Delta^2 change_{t-1}$	constante	time	Qstat
$\Delta^2 change_t$	-0.978124266 (0.062186144)			4.912
$\Delta^2 change_t$	-0.978270576 (0.062301103)	-0.000045196 (0.000182776)		4.913
$\Delta^2 change_t$	-0.9786 (0.0624)	$-1.6323 \times 10^{-4}$ ( $5.6684 \times 10^{-4}$ )	$5.3286 \times 10^{-7}$ ( $2.4217 \times 10^{-6}$ )	4.945

TABLE 2 – Ensemble de régressions portant sur le change euro-dollar

- (d) Compte-tenu de tous vos résultats, quel jugement porteriez-vous sur l'utilisation en prévision de ce modèle ?
- (2 points [2]) Soit le processus  $(1 - 0.8L^2)w_t = u_t$ , où  $u_t$  est un processus en bruit blanc. On vous demande de trouver les deux autocorrélations  $\rho_1$  et  $\rho_2$  de ce processus  $w_t$  ainsi que ses deux autocorrélations partielles  $\phi_{11}$  et  $\phi_{22}$ .
  - (2 points [1+1]) Soit le processus  $x_t = 2.7x_{t-1} - 2.4x_{t-2} + 0.7x_{t-3} + u_t$  où  $u_t$  est un bruit blanc.
    - $x_t$  est-il intégré ?
    - Quel processus ARIMA(p,d,q) gouverne  $x_t$  ?
  - (7 points [2+1+2+2]) Dans la figure 1 on a représenté l'évolution du taux de change journalier entre l'euro et le dollar d'avril à décembre 2019, soit 262 observations.

On vous présente également dans la table 2 un certain nombre de régressions sachant que  $\Delta change_t = change_t - change_{t-1}$ , que  $\Delta^2 change_t = \Delta change_t - \Delta change_{t-1}$ , que constante est une variable toujours égale à 1, et que time est une variable dont les observations successives sont 1,2,3,4,... Qstat est la statistique de Ljung-Box calculée sur les 6 premiers coefficients d'autocorrélation de la série des résidus de la régression concernée.

Enfin, dans la table 3, on vous indique les valeurs des 6 premières autocorrélations des séries  $change_t$  et  $\Delta change_t$  ainsi que celles de la statistique Qstat toujours calculée sur ces 6 premières autocorrélations.

Sachant que ce n'est pas la quantité de mots que vous écrivez, mais la concision et la justesse de votre rédaction qui seront notées. Par ailleurs, si vous utilisez un test vous travaillerez au

variables	ordre des autocorrélations						Qstat
	1	2	3	4	5	6	
$change_t$	0.961	0.922	0.888	0.858	0.824	0.795	1231.60
$\Delta change_t$	0.022	-0.092	-0.038	0.043	-0.055	-0.059	5.02

TABLE 3 – autocorrélations et statistique de Ljung-Box des séries  $change_t$  et  $\Delta change_t$

seuil de risque de 5% et vous devez préciser de quel test il s'agit, quelle est son hypothèse nulle et l'alternative, quelle est sa valeur critique et la conclusion obtenue. On vous demande alors :

- (a) d'exploiter les informations données par les résultats des régressions et d'énoncer la conclusion à laquelle ils permettent d'aboutir.
- (b) de donner votre avis sur l'hypothèse de stationnarité de la série de taux de change, et de donner 2 arguments justifiant cet avis.
- (c) de proposer, en justifiant ce choix, le processus ARIMA(p,d,q) que vous retiendriez pour modéliser cette série de taux.
- (d) compte-tenu de toutes les informations qui vous sont données et de vos propres résultats, sachant encore que le change valait 1.11460 le 16 décembre 2019, 1.11620 le 17 et 1.11150 le 18 décembre, quelle était votre prévision le 16 pour le 2 juin 2020? Et le 17 pour le 2 juin 2020? Et le 18 pour le 2 juin 2020? Naturellement vous devez justifier vos réponses, i.e. construire des prévisions optimales au sens du critère MSE. Enfin pouvez-vous rappeler quelle propriété est illustrée par vos réponses?

$N$	Variant	Level	Obs.	$\beta_\infty$	(s.e.)	$\beta_1$	$\beta_2$
1	no constant	1%	600	-2.5658	(0.0023)	-1.960	-10.04
		5%	600	-1.9393	(0.0008)	-0.398	
		10%	560	-1.6156	(0.0007)	-0.181	
1	no trend	1%	600	-3.4336	(0.0024)	-5.999	-29.25
		5%	600	-2.8621	(0.0011)	-2.738	-8.36
		10%	600	-2.5671	(0.0009)	-1.438	-4.48
1	with trend	1%	600	-3.9638	(0.0019)	-8.353	-47.44
		5%	600	-3.4126	(0.0012)	-4.039	-17.83
		10%	600	-3.1279	(0.0009)	-2.418	-7.58
2	no trend	1%	600	-3.9001	(0.0022)	-10.534	-30.03
		5%	600	-3.3377	(0.0012)	-5.967	-8.98
		10%	600	-3.0462	(0.0009)	-4.069	-5.73
2	with trend	1%	600	-4.3266	(0.0022)	-15.531	-34.03
		5%	560	-3.7809	(0.0013)	-9.421	-15.06
		10%	600	-3.4959	(0.0009)	-7.203	-4.01

TABLE 4 – Extrait de la table de McKinnon