

# Examen : Séries Temporelles Multivariées

Gilbert Colletaz

mai 2019 - Durée 3 heures

- Sans document, excepté les tables statistiques et calculatrice simple.
- Toute réponse doit être justifiée : pas de justification = pas de point
- Remarque : Par la suite on reprend le cadre d'analyse du cours : les séries considérées sont soit  $I(0)$ , soit au plus  $I(1)$ .

## 1 Exercices

### Exercice 1 ( 17 points)

On veut étudier la convergence à long terme des économies allemandes et françaises en matière de taux de chômage sur les années postérieures à la crise des subprimes. Les deux taux de chômage sont observés mensuellement sur la période janvier 2013-février 2017, on dispose donc de 60 observations pour chaque série.

- (3 points) Les tables 1 à 4 vous donnent un premier ensemble de résultats. On vous demande d'en tirer les enseignements et notamment de préciser quelle serait votre modélisation préférée pour ce couple de variables ainsi que votre opinion quant à la réponse à apporter à la question qui est à l'origine de cette étude empirique ?
- (3 points) Sur les mêmes données, l'exécution des commandes suivantes dans la procédure Varmax :

```
model germany france / p=1 ;  
cointeg rank=1 normalize=france ectrend;
```

conduit aux résultats des tables 5 et 6. Vous constaterez que l'imprimante a dysfonctionné lorsqu'il a fallu indiquer les valeurs du vecteur cointégrant. On vous demande de retrouver ces valeurs et de vérifier vos résultats par un deuxième calcul. Écrivez l'équation d'équilibre de long terme qui selon ces estimations existe entre les deux taux de chômage.

- (2 points) Une opinion souvent émise est celle de la prépondérance de l'économie allemande en Europe : les autres économies s'ajusteraient à l'évolution de l'économie allemande qui elle serait exogène.
  - Comment réécririez-vous l'équation d'équilibre précédente de sorte à ce qu'elle reflète cette opinion ?
  - Quel serait le taux de chômage allemand pour lequel les deux taux de chômage d'équilibre seraient égaux ? Commentez.
- (2 points) Et finalement, quel est votre avis sur cette idée d'exogénéité de l'économie allemande. Naturellement vous devez justifier cet avis par des arguments statistiques utilisant les résultats des estimations précédentes.
- (3 points) Sur les mêmes données, une autre chargée d'études a exécuté la commande suivante :

```
model germany france / p=1 dify(1) ;
```

Son objectif était d'étudier les éventuelles dépendances linéaires existant entre les deux taux de chômage dans une modélisation économétrique différente de celle employée par le collègue précédent.

Les résultats obtenus vous sont présentés dans la table 7. Il a par ailleurs lancé successivement les deux commandes :

```
model germany / p=1 dify(1) ;
```

et

```
model france / p=1 dify(1) ;
```

dont les résultats sont présentés pour la première dans la table 8 et, pour la seconde, dans la table 9.

Au moyen de toutes ces nouvelles informations, on vous demande :

- de statuer sur la présence ou l'absence de causalité au sens de Granger entre les deux taux de chômage.

- (b) de construire les mesures de dépendance de Geweke en indiquant les parts respectives de  $C_{x \rightarrow y}$ ,  $C_{y \rightarrow x}$ ,  $C_{x \leftrightarrow y}$  dans la mesure globale  $C_{x,y}$ , où  $x$  et  $y$  signifient respectivement 'taux de chômage allemand' et 'taux de chômage français'. Vous testerez également la nullité de ces diverses mesures.
6. (4 points) Enfin, un troisième chargé d'études, toujours sur les mêmes données, a fait tourner le programme suivant :

```
proc reg;
model france = germany / DW;
output out=result r=resid;
run;
proc arima data=result;
identify var=resid stationarity=(adf=2);
run;
```

Les résultats de la régression sont donnés dans la table 10 et ceux de la procédure Arima dans la table 11.

- (a) Expliquez rapidement quel est l'intérêt des statistiques de Durbin-Watson et de  $R^2$  dans ce contexte et quelle leçon on peut en tirer dans le présent cas.
- (b) A quelle conclusion parvient ce troisième chargé d'étude? rejoint-il plutôt le premier ou le deuxième de ses collègues? indiquez clairement votre seuil de risque et la ou les valeurs critiques que vous utilisez pour traiter cette question?

## Exercice 2 (3 points : 1+1+1)

On considère le système d'équations suivant :

$$\Delta x_t = \alpha_1(x_{t-1} - y_{t-1}) + u_{1t} \quad (1)$$

$$\Delta y_t = \alpha_2(x_{t-1} - y_{t-1}) + u_{2t} \quad (2)$$

où  $u_t = (u_{1t}, u_{2t})^\top$  est un processus en bruit blanc à composantes indépendantes.

1. Quel est le processus suivi par  $S_t = \alpha_2 x_t - \alpha_1 y_t$ .
2. Quelle modélisation est adaptée au couple  $(x_t, y_t)$  : VAR sur leurs niveaux, VAR sur leurs différences, VECM?
3. Soit  $z_t = x_t - y_t$ . Quelle(s) condition(s) doit-on mettre sur  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  pour que les équations (1) et (2) correspondent au théorème de représentation de Granger?

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	-0.3859	0.5921	-4.96	<.0001		
	1	-0.3862	0.5920	-5.93	<.0001		
	2	-0.3894	0.5912	-4.34	<.0001		
Single Mean	0	0.1480	0.9618	0.22	0.9720	12.55	0.0010
	1	0.2329	0.9653	0.51	0.9858	18.75	0.0010
	2	0.1258	0.9607	0.26	0.9740	9.93	0.0010
Trend	0	-11.7801	0.2884	-2.60	0.2824	3.56	0.4740
	1	-6.3045	0.7022	-1.81	0.6878	1.94	0.7911
	2	-7.0120	0.6405	-1.77	0.7046	1.70	0.8369

TABLE 1 – Test DF ou ADF - taux de chômage allemand

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	-0.1161	0.6532	-1.72	0.0803		
	1	-0.1167	0.6530	-1.51	0.1211		
	2	-0.1307	0.6498	-1.54	0.1155		
Single Mean	0	2.1035	0.9976	1.07	0.9968	2.13	0.5335
	1	1.8324	0.9963	0.81	0.9934	1.51	0.6906
	2	1.2997	0.9917	0.50	0.9852	1.32	0.7382
Trend	0	-2.3028	0.9589	-0.77	0.9622	2.48	0.6854
	1	-3.0979	0.9284	-0.91	0.9474	2.26	0.7283
	2	-3.5617	0.9051	-0.90	0.9486	1.56	0.8657

TABLE 2 – Test DF ou ADF - taux de chômage français

Cointegration Rank Test Using Trace						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.1194	7.7863	0.4886	Constant	Linear
1	1	0.0048	0.2818	0.5953		

  

Cointegration Rank Test Using Trace Under Restriction						
H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	Pr > Trace	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.3671	31.7667	0.0005	Constant	Constant
1	1	0.0778	4.7756	0.3091		

TABLE 3 – Test de Johansen sur les taux de chômage allemand et français

Hypothesis of the Restriction		
Hypothesis	Drift in ECM	Drift in Process
H0(Case 2)	Constant	Constant
H1(Case 3)	Constant	Linear

  

Hypothesis Test of the Restriction					
Rank	Eigenvalue	Restricted Eigenvalue	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
0	0.1194	0.3671	2	23.98	<.0001
1	0.0048	0.0778	1	4.49	0.0340

TABLE 4 – Test de restriction sur le VECM

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
D_germany	CONST1	0.17498	0.03499	5.00	<.0001	1, EC
	AR1_1_1	0.03068	0.00613	5.00	<.0001	germany(t-1)
	AR1_1_2	-0.03400	0.00680	-5.00	<.0001	france(t-1)
D_france	CONST2	0.16645	0.06465	2.57	0.0127	1, EC
	AR1_2_1	0.02918	0.01133	2.57	0.0127	germany(t-1)
	AR1_2_2	-0.03234	0.01256	-2.57	0.0127	france(t-1)

TABLE 5 – Résultats de l'estimation d'un VECM

Alpha and Beta Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
D_germany	ALPHA1_1	-0.03400	0.00680	-5.00	<.0001	Beta[1]*_DEP_(t-1)
	BETA1_1	████████				germany(t-1)
D_france	ALPHA2_1	-0.03234	0.01256	-2.57	0.0127	Beta[1]*_DEP_(t-1)
	BETA2_1	████████				france(t-1)
_ECTREND_	ECCONST1	████████				1

TABLE 6 – Estimation du vecteur cointégrant et des loadings factors  $\alpha$

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
germany	CONST1	-0.04299	0.00713	-6.03	0.0001	1
	AR1_1_1	-0.37072	0.12523	-2.96	0.0045	germany(t-1)
	AR1_1_2	-0.02181	0.06540	-0.33	0.7401	france(t-1)
france	CONST2	-0.01017	0.01448	-0.70	0.4854	1
	AR1_2_1	0.26993	0.25445	1.06	0.2934	germany(t-1)
	AR1_2_2	0.10354	0.13288	0.78	0.4392	france(t-1)

  

Covariances of Innovations		
Variable	germany	france
germany	0.00195	0.00011
france	0.00011	0.00803

TABLE 7 – Estimations associées à `model germany france / p=1 dify(1)`;

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
germany	CONST1	-0.04250	0.00692	-6.14	0.0001	1
	AR1_1_1	-0.36944	0.12418	-2.98	0.0043	germany(t-1)

  

Variance Estimate for the Innovation	
	germany
	0.00191

TABLE 8 – Estimations associées à `model germany / p=1 dify(1)` ;

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
france	CONST1	-0.01864	0.01210	-1.54	0.1290	1
	AR1_1_1	0.09924	0.13297	0.75	0.4586	france(t-1)

  

Variance Estimate for the Innovation	
	france
	0.00805

TABLE 9 – Estimations associées à model france / p=1 dify(1) ;

<b>Root MSE</b>	0.21569	<b>R-Square</b>	0.6659
<b>Dependent Mean</b>	10.09333	<b>Adj R-Sq</b>	0.6602
<b>Coeff Var</b>	2.13695		

  

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t
<b>Intercept</b>	1	7.63974	0.22987	33.23	<.0001
<b>germany</b>	1	0.53826	0.05006	10.75	<.0001

  

**The SAS System**

**The REG Procedure**  
**Model: MODEL1**  
**Dependent Variable: france**

<b>Durbin-Watson D</b>	0.185
<b>Number of Observations</b>	60
<b>1st Order Autocorrelation</b>	0.854

TABLE 10 – Estimations associées à proc reg model france = germany / DW ;

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
<b>Zero Mean</b>	0	-3.9713	0.1667	-1.15	0.2241		
	1	-5.2328	0.1111	-1.30	0.1761		
	2	-8.5299	0.0390	-1.56	0.1115		
<b>Single Mean</b>	0	-3.9328	0.5348	-1.13	0.6980	0.69	0.8943
	1	-5.1548	0.4055	-1.27	0.6381	0.85	0.8537
	2	-8.3083	0.1842	-1.50	0.5252	1.22	0.7611
<b>Trend</b>	0	-3.1727	0.9250	-0.92	0.9468	2.08	0.7622
	1	-3.6656	0.8995	-0.97	0.9408	2.12	0.7553
	2	-6.1328	0.7167	-1.22	0.8962	1.69	0.8386

TABLE 11 – Estimations associées à identify var=resid stationarity=(adf=2) ;