

- Séries Temporelles Multivariées - interrogation 1
avril 2008

Gilbert Colletaz

Questions

1. On considère le système bivarié suivant :

$$\begin{aligned}y_t &= \beta z_t + w_{1t} \\z_t &= \lambda y_{t-1} + w_{2t}\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{pmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w_{1t-1} \\ w_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

et :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim iid, N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \gamma\sigma_1\sigma_2 \\ \gamma\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right]$$

- (a) quelles sont les écritures des équations de y_t et Δz_t ayant comme résidus ϵ_{1t} et ϵ_{2t}
- (b) associez à chacune des propositions qui suivent la condition qui lui correspond parmi : $(\beta \neq 0)$, $(\lambda \neq 0)$, $(\rho \neq 0)$, $(\gamma \neq 0)$.
 - implique la cointégration entre y_t et z_t .
 - implique une causalité selon Granger de Δy sur Δz .
 - implique l'absence d'exogénéité faible de z pour (β, σ_1) .
 - implique la présence de causalité instantanée.
2. A. Islam et S. Ahmed proposent de tester la validité de la théorie des pouvoirs d'achat entre la Corée et les États-Unis ("The Purchasing Power Parity Relationship : Causality and Cointegration Tests Using Korea-U.S. Exchange Rate and Prices", *Journal of Economic Development* Volume 24, Number 2, December 1999). Soit E_t un indice du

taux de change en t entre les monnaies et R_t le ratio de deux indices de prix à la consommation des deux pays. Les données sont trimestrielles et observées du premier trimestre 1971 au premier trimestre 1996, soit 101 observations. Les résultats obtenus sont les suivants :

$$E_t = -7.46 + 0.73 R_t + \hat{u}_t, \quad R^2 = 0.81$$

(2.22) (20.64)

et sur la série \hat{u}_t , ils annoncent une statistique $\tau = -1.62$. Quelle doit être leurs conclusions ?

Par ailleurs la théorie en question affirme que dans la régressions $E_t = \beta_0 + \beta_1 R_t$ on doit avoir $\beta_0 = 0$ et $\beta_1 = 1$. Expliquez en 3 lignes comment tester la PPA en incorporant ces contraintes ? Quelle serait la valeur critique de la statistique test τ qui serait alors obtenue ?

3. Par ailleurs, dans un article récent, M. Islam et M. Ahmed ("The Monetary Model of the Dollar-Yen Exchange Rate Determination : A Cointegration Approach", *International Journal of Business and Economics*, 2006, Vol. 5, No. 2, 129-145), utilise l'approche de Johansen pour tester la théorie monétaire de détermination du change. L'idée est de partir de trois équations d'équilibre :

$$e_t = p_t - p_t^f \tag{1}$$

$$p_t = m_t - \omega y_t + \lambda i_t \tag{2}$$

$$p_t^f = m_t^f - \omega^f y_t^f + \lambda^f i_t^f \tag{3}$$

La première est correspond à la théorie des pouvoirs d'achat, les deux suivantes sont tirées des équations de demande d'encaisses réelles pour le pays domestique et le pays étranger (variables repérées par l'espousant f). Si on combine ces trois équations il vient :

$$e_t = m_t - m_t^f - \omega y_t + \omega^f y_t^f + \lambda i_t - \lambda^f i_t^f \tag{4}$$

Partant de là, les auteurs affirment (p. 134) que "Introducing a stochastic error term and re-writing equation (4) in a form suitable for estimation yields :"

$$e_t = \psi_1 m_t + \psi_2 m_t^f + \psi_3 y_t + \psi_4 y_t^f + \psi_5 i_t + \psi_6 i_t^f + u_t$$

Ils réalisent ensuite un test de Johansen, avec comme résultats :

H0	H1	Test statistics		5% critical values	
		Max Eigenvalue	Trace	Max Eigenvalue	Trace
r=0	r>0	60.97	162.06	49.32	147.27
r=1	r>1	32.79	101.08	43.61	115.85
r=2	r>2	26.06	68.29	37.86	87.17
r=3	r>3	21.15	42.23	31.79	63.00
r=4	r>4	9.35	21.08	25.42	42.34
r=5	r>5	8.48	11.72	19.22	25.77
r=6	r>6	3.24	3.24	12.39	12.39

- (a) A quelle conclusion parvient-on avec ces résultats ?
- (b) Juste après, les auteurs annoncent que cette conclusion "lends support to the monetary approach as an explanation of equilibrium exchange rate behaviour over the sample period". Qu'en pensez-vous (là encore en 3 lignes) ?
- (c) Supposez que l'on veuille tester que les élasticités revenu et taux d'intérêt sont identiques dans les deux pays, soit : $H0 : \psi_3 = -\psi_4$ et $\psi_5 = -\psi_6$. Comment feriez-vous ? Précisez quel serait sous SAS le nom et le contenu de la matrice qui permettrait de réaliser ce test joint ?
4. Supposez que l'on étudie au moyen d'un VECM un système composé de quatre variables, x_1, x_2, x_3, x_4 , et que l'on ait mis dans l'espace de cointégration une constante et un trend déterministe, soit :

$$\Delta x_t = \alpha \beta' (x'_{t-1}, 1, t)' + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta x_{t-i} + u_t$$

Quelle serait la structure des matrices H et Ψ traduisant le test des hypothèses $\beta = H\Psi$ dans les différents cas suivants :

- (a) x_1 et x_3 sont cointégrés ?
- (b) $x_2 - x_3$ est stationnaire ?
- (c) x_1 et x_3 sont stationnaires ?
- (d) x_4 est stationnaire autour d'un trend déterministe ?
- (e) il existe une relation d'équilibre de long terme telle que la somme des coefficients des variables x_1, x_2 et x_3 est nulle ?

Barème

1. 6 points

2. 4 points

3. 5 points

4. 5 points