- Séries Temporelles Multivariées - interrogation 1
avril 2008

Gilbert Colletaz

Questions

1. (a) on a

$$\begin{aligned} w_{1t} &= \epsilon_{1t} \\ w_{2t} &= \rho w_{1t-1} + w_{2t-1} + \epsilon_{2t}, soit \\ \Delta w_{2t} &= \rho w_{1t-1} + \epsilon_{2t} \end{aligned}$$

On sait que $(\epsilon_1, \epsilon_2)'$ est stationnaire, et donc w_{1t} est $I(0)$ alors que w_{2t} est $I(1)$.

$$\begin{aligned} y_t &= \beta\, z_t + \epsilon_{1t} \\ \Delta z_t &= \lambda y_{t-1} + w_{2t} - z_{t-1} \\ &= \lambda y_{t-1} + w_{2t} - \lambda y_{t-2} - w_{2t-1} \\ &= \lambda \Delta y_{t-1} + \Delta w_{2t} \\ &= \lambda \Delta y_{t-1} + \rho \epsilon_{1t-1} + \epsilon_{2t} \end{aligned}$$

(b) – Pour avoir cointégration entre y_t et z_t, il faut donc que $\beta \neq 0$.
– Pour que Δy soit un prédicteur avancé de Δz, il faut que $\lambda \neq 0$.
– Pour l'absence d'exogénité faible de z relativement aux paramètres de l'équation de long terme, il faut que $\rho \neq 0$.
– Pour avoir de la causalité instantanée, il suffit que $\beta \neq 0$ ou $\gamma \neq 0$

2. – Ici Islam et Ahmed testent la cointégration avec la procédure en deux étapes d'Engle-Granger. La régression de cointégration met en jeu deux variables et seule une constante est présente. Avec 101 observations, la table de McKinnon donne à 5% une valeur critique égale à $-3.3377 - 5.967/101 - 8.98/101^2 = -3.40$. Avec une statistique de

-1.62 on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle de présence d'une racine unitaire dans les résidus, c'est à dire d'absence de cointégration entre E_t et R_t.

- si on connaît a priori les valeurs de β_0 et β_1 alors il n'est pas nécessaire de passer par l'estimation d'une régression de cointégration. On peut simplement créer la nouvelle variable $z_t = E_t - R_t$. La question est alors de savoir si cette série contient un trend stochastique. On effectue un test de Dickey-Fuller, éventuellement augmenté, sur z_t. La valeur critique dans la table de McKinnon est prise avec $N = 1$. A 5%, nous aurions ainsi pour la statistique τ une valeur critique égale à : $-1.9393 - 0.398/101 = 1.94$.

3. (a) dans ce système à sept variables, le rang r de la matrice π est compris entre 0 et 7. Si $r = 0$ les variables sont intégrées d'ordre 1 et non cointégrées, si $r = 7$ les variables sont $I(0)$, sinon r donne le nombre de vecteurs cointégrants indépendants. Ici les deux tests *Max Eigenvalue* et *Trace* conduisent à rejeter $H0 : r = 0$ et à ne pas rejeter $H0 : r = 1$. Il y aurait une seule relation de cointégration.

   (b) L'équation (4) met en jeu sept variables et leur modèle s'interprète comme si la référence aux quantités de monnaie, aux niveaux d'activité et aux taux d'intérêt dans les deux pays définissait une valeur d'équilibre pour le taux de change. Dans ce cas il devrait y avoir au moins une relation de cointégration dans ce système à sept variables. Précisément, le fait d'avoir détecté une seule relation de cointégration va dans le sens attendu par leur théorie.

   (c) Sous les hypothèses testées il y aurait quatre paramètres libres et non pas six : Il s'agit de contraindre des coefficients du vecteur cointégrant. Dans ces conditions, sous SAS, la matrice H de l'hypothèse $H0 : \beta = H\phi$ aurait une structure du type :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{pmatrix}$$

4. On suppose que l'ordre des variables est le suivant : $x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}, 1, t$. Ainsi β_5 est le terme constant et β_6 le coefficient du trend. Tous les

tests sont de la forme $H0 : \beta = H\phi$. Pour information je donne aussi la structure de ϕ.

(a) x_1 et x_3 cointégrés : $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix}$

(b) $x_2 - x_3$ stationnaire : $H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix}$

(c) x_1 et x_3 stationnaires, il faut spécifier rang(π)=2 et :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \phi = \begin{pmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{pmatrix}$$

(d) x_4 stationnaire autour d'un trend déterministe :

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix}$$

(e) $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0 : H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_4 \end{pmatrix}$

(remarque : ici on peut proposer d'autres réponses simplement en permutant les 3 premières lignes